

Tentamen i Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder SE1055 den 1 juni 2016

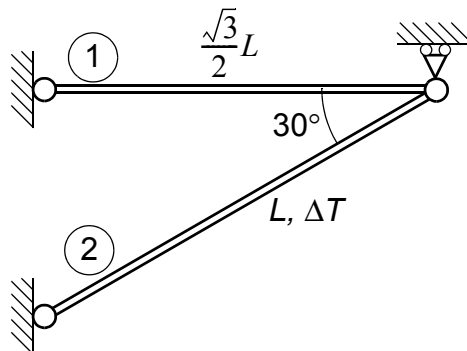
Resultat finns på Mina Sidor senast 22 juni 2016 kl. 17. Begäran av omprövning inom en månad.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

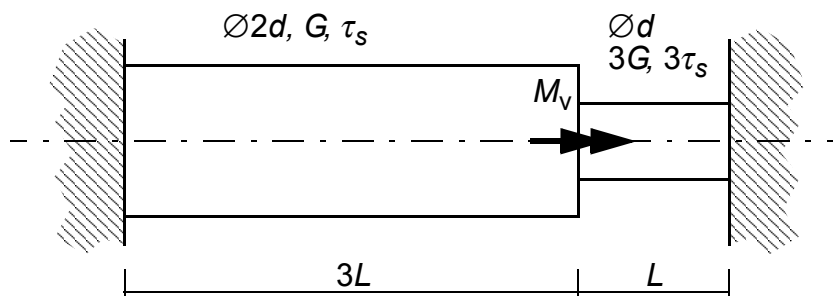
Examinator: Bo Alfredsson, tel 790 7667

Betygsgränser: 0 - 11 ger F; 12 - 13 ger FX; 14 - 17 ger E; 18 - 21 ger D; 22 - 24 ger C; 25 - 28 ger B; 29 - 40 ger A. FX = möjlig komplettering till E.

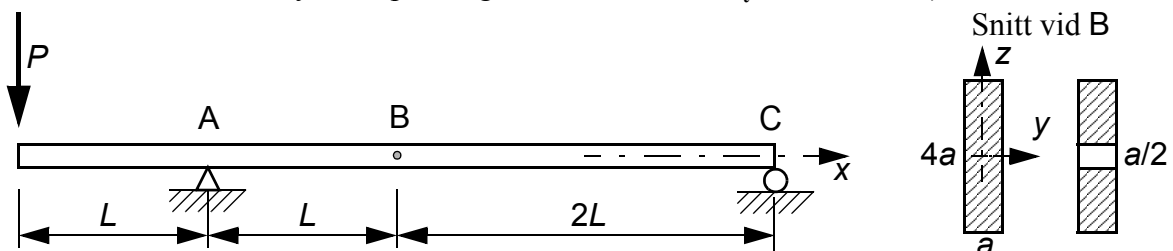
- 1.** Bestäm stångspänningarna i stångbärverket i figuren då stång 2 värms ΔT grader. Elasticitetsmodulen är E , värmetuvidgningskoefficienten är α och tvärarean är A i båda stängerna. (6p)



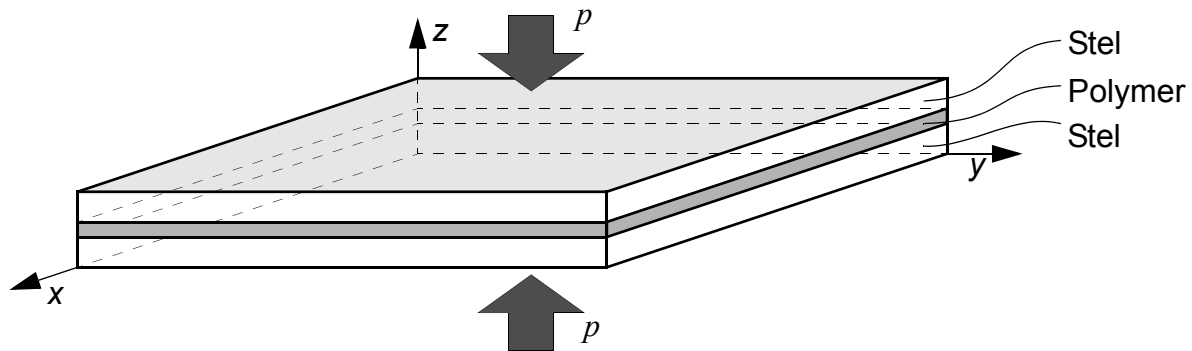
- 2.** En axelkonstruktion är fast inspänd till höger och vänster. Den består av två delar med olika diametrar, längder och material, se figuren. Den belastas med ett vridande moment M_v i övergången mellan delarna. Bestäm momentet M_{vs} då första plasticering uppkommer någonstans i konstruktionen. τ_s är sträckgräns i skjuvning. Ange även var plasticeringen uppkommer. (6p)



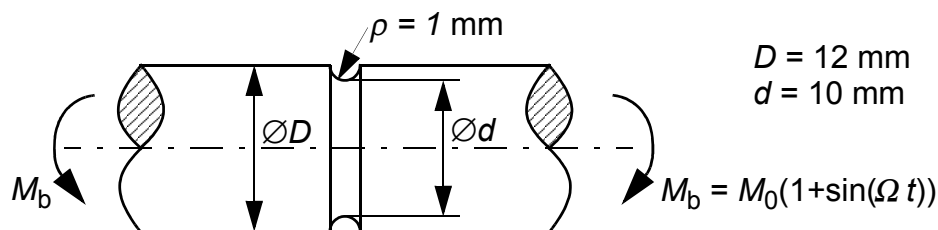
- 3.** En balk med rektangulärt tvärsnitt $4a \times a$ är fritt upplagd och belastad enligt figuren. Man vill göra ett runt hål med diametern $a/2$ vid punkten B. Bestäm den till beloppet största böjnormalspänningen $|\sigma_b|_{\max}$ i snittet vid punkten B med och utan hålet. Var uppkommer $|\sigma_b|_{\max}$? (6p) (Du behöver inte ta hänsyn till spänningskoncentrationen K_t vid hålkanten)



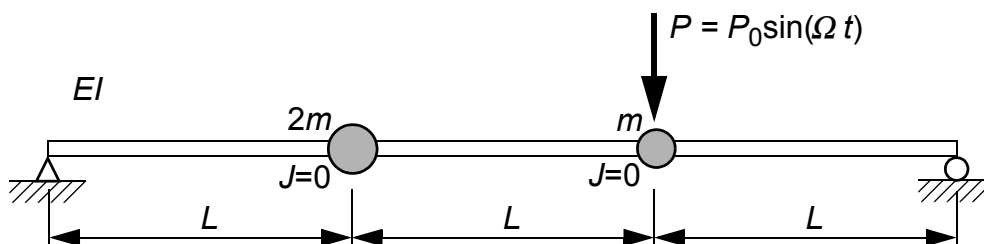
4. En tunn polymerskiva är limmad mellan två stela skivor som trycker ihop polymeren i z -riktningen med trycket p . Skivorna och limmet förhindrar deformation av polymeren i x - y planet. För vilket tryck p_s kommer polymeren att plasticera då flytspänningen är σ_s . (6p)



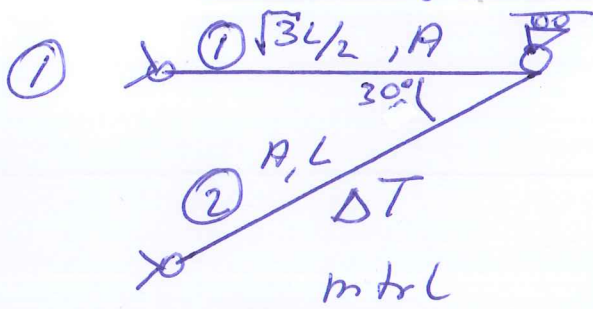
5. En axel med spår för o-ring är utsatt för ett böjande moment $M_b = M_0(1 + \sin(\Omega t))$, se figuren. Materialet är stål 141450-1. Ytfinheten i botten av spåret är $R_a = 5 \mu\text{m}$. Bestäm största tillåtna M_0 då säkerheten mot utmattning ska vara $n_u = 2$. (6p)



6. Massan hos en fritt upplagd balk är koncentrerad till två punktmassor, enligt figuren. Den högra massan är utsatt för en harmonisk punktkraft $P = P_0 \sin(\Omega t)$. För vilken pålagd vinkelfrekvens Ω_{anti} uppstår anti-resonans, dvs. är den högra massan stilla? Böjstyvheten är EI . (6p)

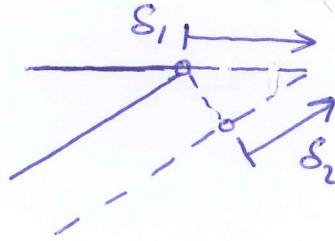


Lösning till tentamen SE1055, 1/6 2016



$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} + \alpha \Delta T$$



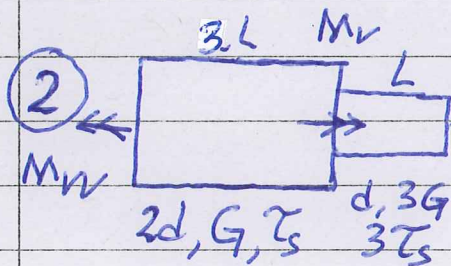
$$\Rightarrow \sigma_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_2 \quad \text{jmv}$$

$$\delta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \delta_1 \quad \text{Def.}$$

$$\epsilon_2 L = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} L \epsilon_1$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_2}{E} + \alpha \Delta T = \frac{3}{4} \frac{\sigma_1}{E} = -\frac{\sqrt{3} \cdot 3}{8} \sigma_2 \Rightarrow \sigma_2 = -\frac{8}{8 + \sqrt{3} \cdot 3} E \alpha \Delta T$$

$$\sigma_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot 4}{8 + \sqrt{3} \cdot 3} E \alpha \Delta T$$



$$M_{VH} \Rightarrow M_V + M_{VH} - M_{VV} = 0$$

$$\text{def. } \Theta_V + \Theta_H = 0 \quad \Theta = \frac{M_V L}{GK}$$

$$K_H = \frac{\pi d^4}{32}, \quad K_V = \frac{\pi 16 d^4}{32} = \frac{\pi d^4}{2}$$

$$\frac{M_{VV} 3L \cdot 2}{G \pi d^4} = -\frac{M_{VH} L \cdot 32}{3G \pi d^4} \Rightarrow M_{VV} = -\frac{16}{9} M_{VH}$$

$$W_{VH} = \frac{\pi d^3}{16}, \quad W_{VV} = \frac{\pi d^3}{2} \quad \text{jmv: } M_V + M_{VH} + \frac{16}{9} M_{VH} = 0$$

$$M_{VH} = -\frac{9}{25} M_V$$

$$\tau_{\max, V} = \frac{M_{VV}}{W_{VV}} = \frac{16 M_V \cdot 2}{25 \pi d^3} = \tau_s \quad \text{pl i v. givet Hel.}$$

$$\Rightarrow M_{VSV} = \frac{25 \pi d^3 \tau_s}{32}$$

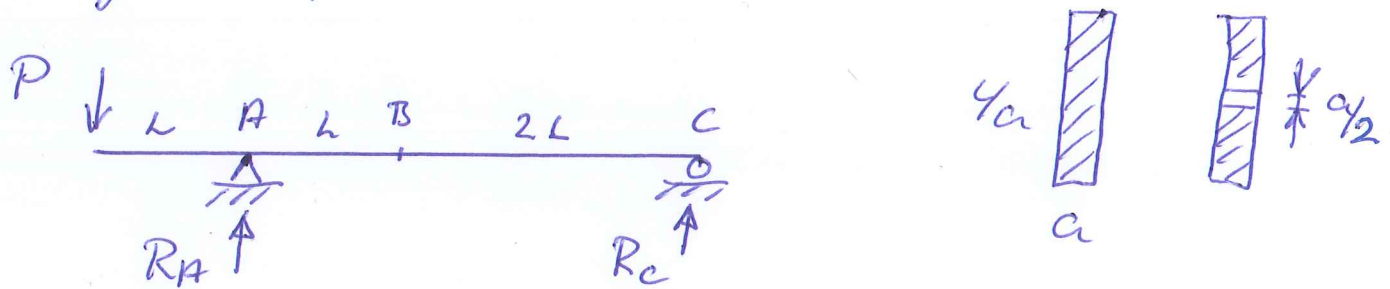
$$\tau_{\max, H} = \frac{M_{VH}}{W_{VH}} = -\frac{9 M_V \cdot 16}{25 \pi d^3} = 3 \tau_s$$

$$\Rightarrow M_{VSH} = \frac{25 \pi d^3 \tau_s}{48}$$

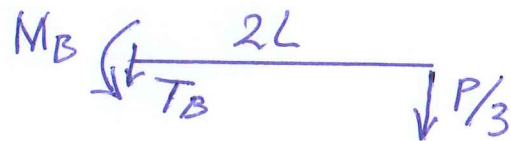
$$M_{VS} = \frac{25 \pi d^3 \tau_s}{48}$$

$M_{VSH} < M_{VSV}$
pl först, vid $r = d/2$

③ jämv. för R och M_B !



$$\sum A \quad PL + R_C \cdot 3L = 0 \Rightarrow R_C = -\frac{P}{3}$$



$$\sum B \quad M_B - \frac{P}{3} \cdot 2L = 0 \Rightarrow M_B = \frac{2PL}{3}$$

$$I_{\square} = \frac{BH^3}{12} = \frac{a \cdot (4a)^3}{12} = \frac{16a^4}{3}, \quad \sigma_{\text{ök}} = \frac{2PL \cdot 2a \cdot 3}{3 \cdot 16a^3} = 0,25 \frac{PL}{a^3}$$

$$\sigma = \frac{Mz}{I}$$

$$\sigma_{\text{uk}} = -0,25 \frac{PL}{a^3}$$

$$I_{\square} = I_{\square} - I_{\text{H}} = \frac{16}{3}a^4 - \frac{a^4}{96} \approx 5,323a^4 \quad \sigma_{\text{ök}}^{\text{hål}} = \frac{2PL \cdot 2a}{3 \cdot 5,323a^3} = 0,2505 \frac{PL}{a^3}$$

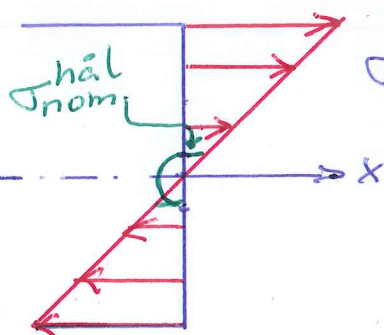
Pga sym. tvärsnitt!

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ök}}^{\text{utan}} &= 0,25 \frac{PL}{a^3} \\ \sigma_{\text{ök}}^{\text{hål}} &= 0,2505 \frac{PL}{a^3} \end{aligned}$$

I praktiken ingen skillnad!

σ vid hål: FS Tab 32.9(3B)

$$\sigma_{\text{ök}}^{\text{hål nom}} = \frac{3 \cdot 2PL \cdot a/4}{2a \cdot 3 \cdot [(2a)^3 - (a/4)^3]} = 0,03131 \frac{PL}{a^3}$$



$$\sigma_{\text{hålkant}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{nom}} \cdot K_t = \left\{ \sqrt{\frac{a/4}{a/4}} = 1, \sqrt{\frac{7a/4}{a/4}} = 2,65 \right\} = \sigma_{\text{nom}} \cdot 2$$

$$= 0,062 \frac{PL}{a^3} \ll \sigma_{\text{ök}}^{\text{hål}} = 0,2505 \frac{PL}{a^3}$$

nom 1 skalar a^5

SE 1055, 1/6 2016

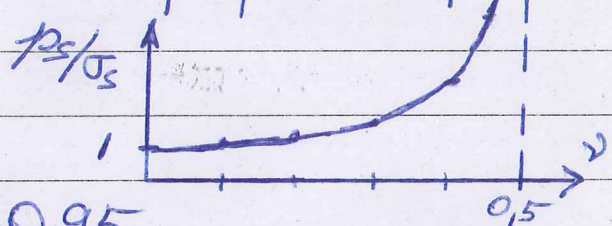
- ④ Symmetri i x-y: $\sigma_x = \sigma_y$, $\epsilon_x = \epsilon_y$
 Stel skivor: $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$
 $\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_x + p)) = 0 \quad p = \sigma_z$ FS 3.1

$$\Rightarrow \sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu} p$$

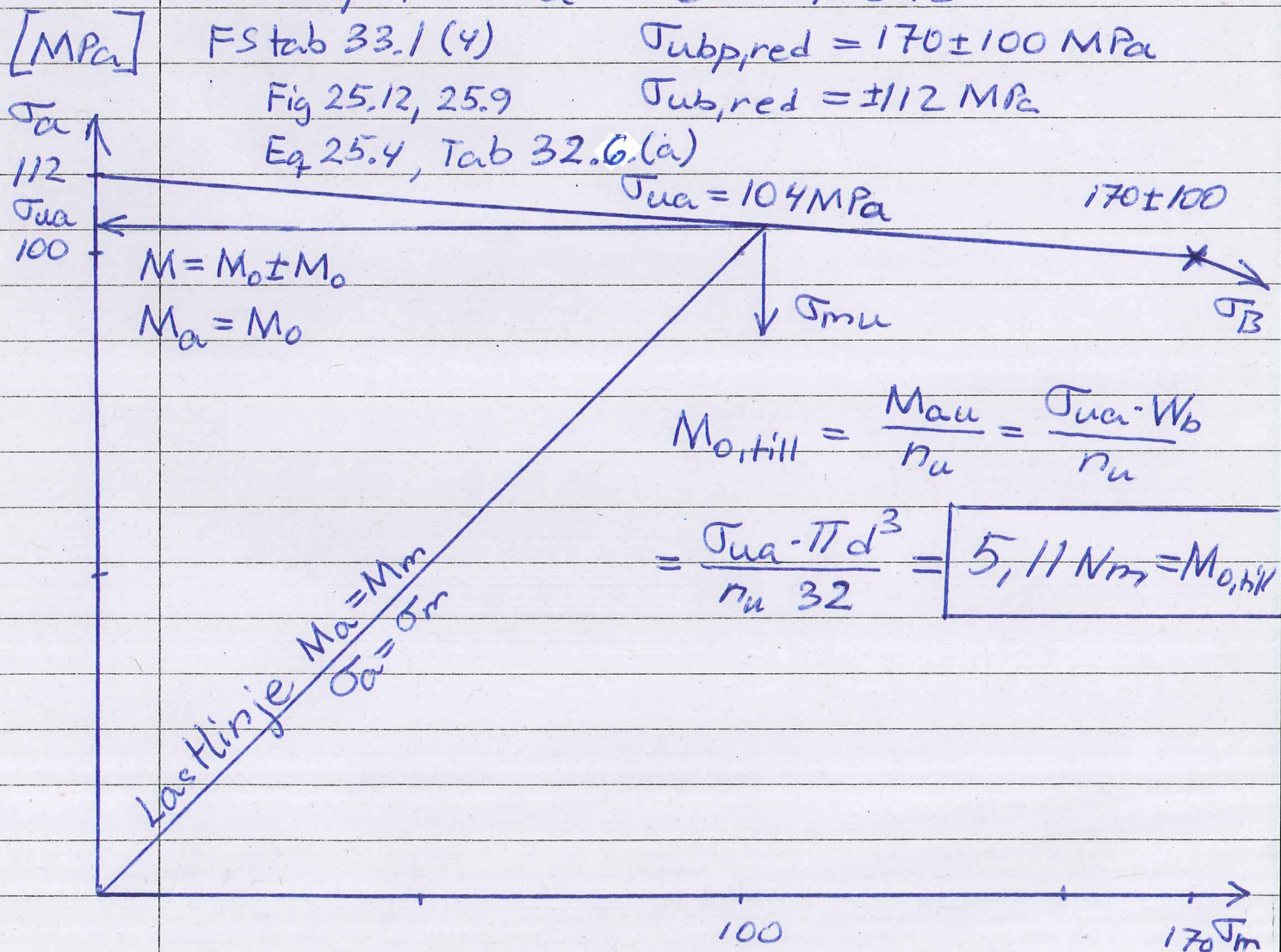
där $p \neq 0$

$$\sigma_e^T = \max |\sigma_1 - \sigma_3| = \left| \frac{\nu}{1-\nu} p - p \right| = \left| -\frac{1-2\nu}{1-\nu} p \right| = \sigma_s$$

$$\Rightarrow p_s = \frac{1-\nu}{1-2\nu} \sigma_s$$



- ⑤ $\sigma_B = 470 \text{ MPa}$ $\frac{1}{k_r} = 0,95$
 $\sigma_{ub} = 190 \text{ MPa}$ $q = 0,68, K_t = 1,9, K_f = 1,61$
 $\sigma_{ubp} = 170 \text{ MPa}$ $\text{red} = 0,5893$

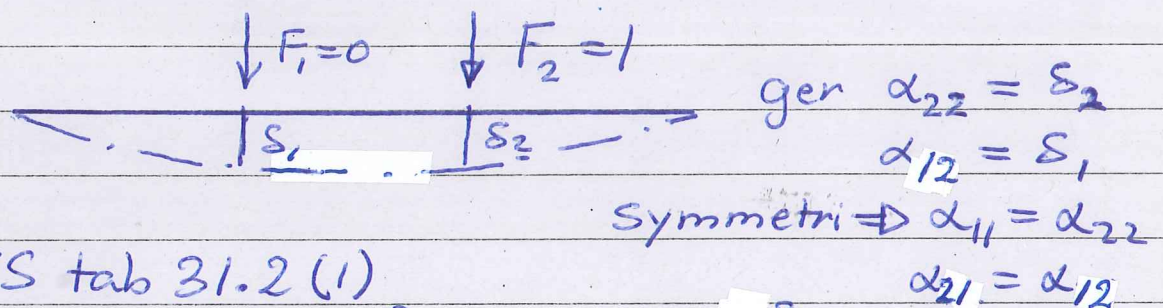


⑥ Antiresonans Ekr 11.30 i FS då

$$1 - \Omega^2 \frac{m_1}{k_{11}} = 0$$

obs kraften här på m_2
sök m_1 & k_{11}

Flexibilitetsmetod enklare än styvh. här



FS tab 31.2 (1)

$$s_2 = s(\alpha) = \frac{F_2 (3L)^3}{3EI} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4 F_2 L^3}{9 EI}$$

$$s_1 = s\left(\frac{L}{3}\right) = \frac{F_2 (3L)^3}{6EI} \cdot \frac{1}{3} \left[\left(1 - \frac{1}{9}\right) \frac{1}{3} - \frac{1}{27} \right] = \frac{7 F_2 L^3}{18 EI}$$

$\frac{8}{27}$

$$\alpha = \frac{L^3}{18EI} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$IM = m \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

FS 11.21

$$1/k = \frac{1}{\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21}} \begin{bmatrix} \alpha_{22} & -\alpha_{12} \\ -\alpha_{21} & \alpha_{11} \end{bmatrix} = \frac{18EI}{15L^3} \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{anti} = \sqrt{\frac{k_{11}}{m_1}} = \sqrt{\frac{18 - 8EI}{15 - 2mL^3}} = \sqrt{\frac{24EI}{5mL^3}}$$

$$\Omega_{anti} = 2,19 \sqrt{EI/mL^3}$$