



**Lösningsförslag till tentamen
Onsdagen den 5 januari 2019**

1. (a) Bestäm en primitiv funktion till funktionen som ges av $f(x) = x \ln(x)$ för $x > 0$. (2 p)
- (b) Bestäm arean av området som innesluts av kurvorna $y = \sin(x)$ och $y = \cos(2x)$ på intervallet $[\pi/6, 5\pi/6]$. (2 p)

Lösningsförslag.

- (a) Vi kan använda partiell integration för att få

$$\int x \ln(x) dx = \frac{1}{2} x^2 \ln(x) dx - \frac{1}{2} \int x^2 \cdot x^{-1} dx + C = \frac{1}{2} x^2 \ln(x) - \frac{1}{4} x^2 + C$$

där C är en konstant. En primitiv funktion ges därmed av $\frac{1}{2} x^2 \ln(x) - \frac{1}{4} x^2$.

- (b) Vi har att $\sin(x) \geq \cos(2x)$ på intervallet $[\pi/6, 5\pi/6]$. Arian av området mellan kurvorna ges av

$$\begin{aligned} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (\sin(x) - \cos(2x)) dx &= \left[-\cos(x) - \frac{\sin(2x)}{2} \right]_{\pi/6}^{5\pi/6} \\ &= -\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{10\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Svar.

- (a) $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln(x) - \frac{1}{4} x^2$ är en primitiv funktion till $f(x) = x \ln(x)$.
- (b) Arian av området är $3\sqrt{3}/2$ areaenheter.