

Tentamen i Hållfasthetslära gkF (4C1055) den 30 augusti 2007

Resultat meddelas senast den 13 september 2007 kl. 13.00 på MINA SIDOR. Klagomål på rättningen skall vara framförda senast en månad därefter.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematiska handböcker och räknedosa.

Examinator: Bo Alfredsson, tel 790 7667

OBS! Tentand skall kunna visa legitimation och kvitto på erlagd kåravgift.

Skriv endast på en sida av bladen.

Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

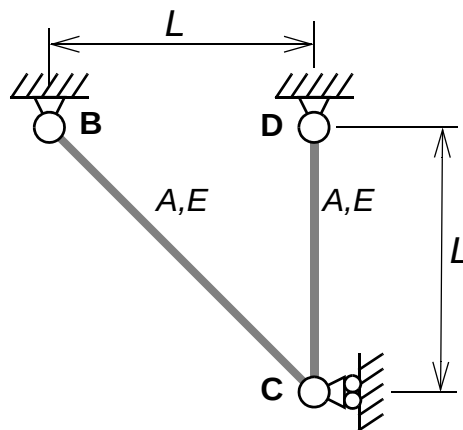
Lösningar som är otydliga och svåra att följa kommer inte att bedömas.

Varje uppgift ger 6, 5, 4, 3 eller 0 poäng. Därtill läggs dina poäng från hemuppgifterna.

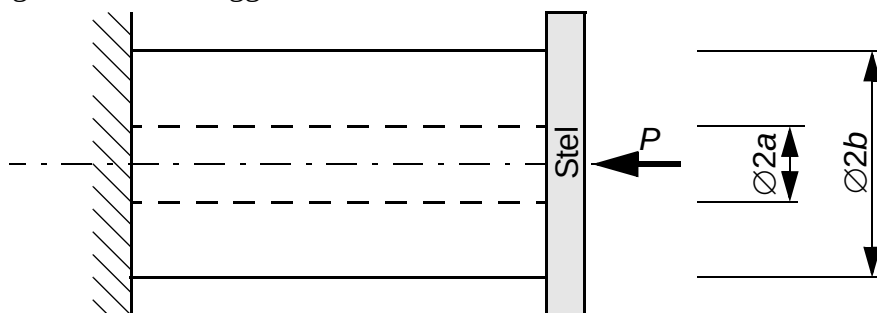
Betyget blir: 0 - 11 ger U; 12 - 13 ger komplettering till 3; 14 - 21 ger 3; 22 - 28 ger 4; 29-40 ger 5.

Tid, plats och omfattning av eventuell komplettering meddelas senast 13 september på kurshemsidan.

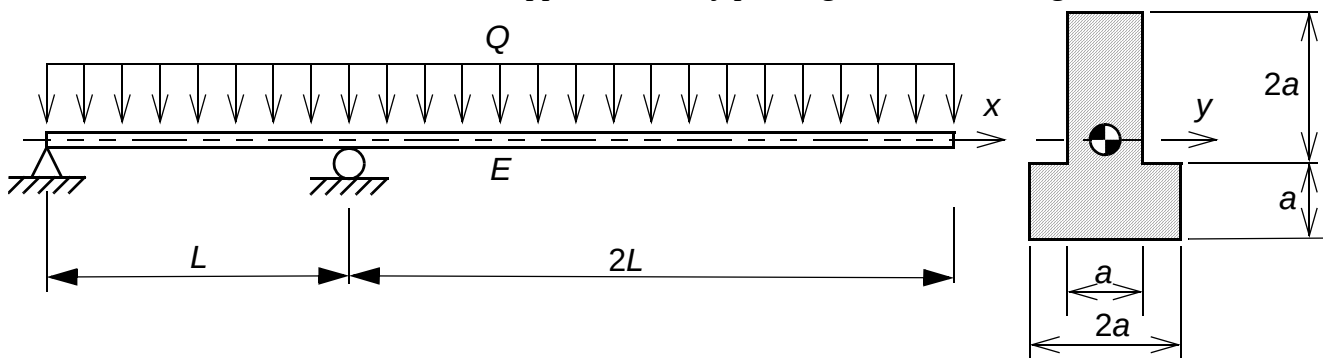
1. Betrakta stångbärverket i figuren. Bestäm den vertikala förskjutningen hos punkten **C** om stången **BC** utsätts för en temperaturändring ΔT . Stångernas tvärsnittsareor är A . Stångmaterialet har elasticitetsmodulen E och längdutvidgningskoefficienten α .



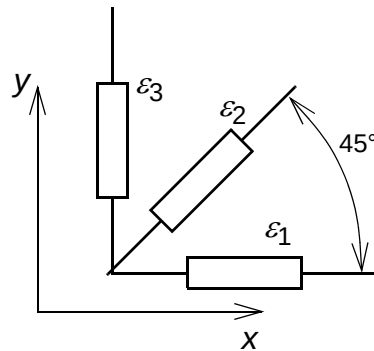
2. Ett tjockväggigt rör har innerradie, a , och ytterradie, b . Hur påverkas inner- och ytterradierna om röret belastas med en längsriktad tryckkraft, P ? Materialet är elastiskt med parametrarna E och ν . Eventuell glidning mot de stela väggarna förutsätts vara friktionsfri.



3. Bestäm med exakt metod den till beloppet största böjspänningen för balken i figuren.

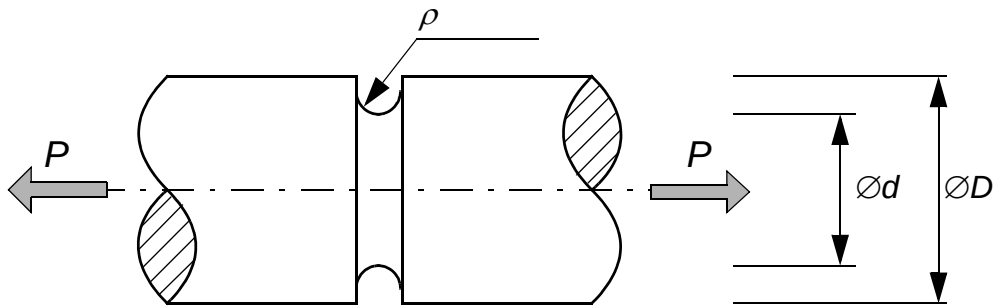


4. Tre töjningar mäts på ytan av en tunn plåt vid belastning i plåtens plan. Bestäm värde och riktning för den största huvudspänningen. Materialet har $E = 70 \text{ GPa}$ och $\nu = 0,30$.

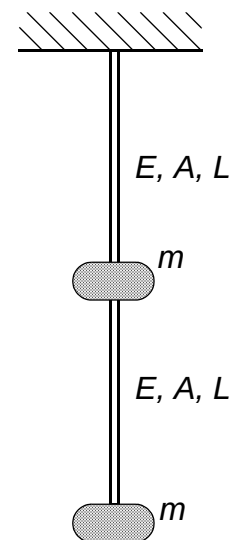


$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= 4,3 \cdot 10^{-5} \\ \varepsilon_2 &= 22,8 \cdot 10^{-5} \\ \varepsilon_3 &= 1,157 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

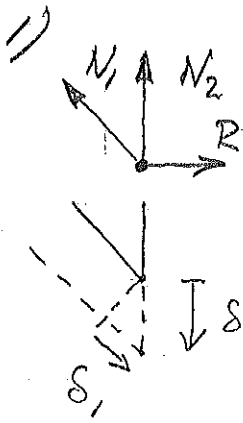
5. På kolvstången till en hydraulcylinder finns ett svarvat spår med radie $\rho = 3 \text{ mm}$. Axelns diameter är $\varnothing D = 30 \text{ mm}$ och diametern hos spåret är $\varnothing d = 25 \text{ mm}$. Kolvstången påverkas av normallasten $P = P_0 \cdot \sin(\omega t)$. Materialet är stål 1650-01 och ytfinheten för den bearbetade ytan är $R_a = 2 \text{ }\mu\text{m}$. Hur stor är största tillåten kraft, $P_{0,\text{till}}$, om säkerheten mot utmattning ska vara, $n_u = 2$?



6. Två massor, $m = 1000 \text{ kg}$, hänger i en masslös stålwire med längd $2L = 100 \text{ m}$, tvärsnittsarea $A = 1280 \text{ mm}^2$ och elasticitetsmodul $E = 200 \text{ GPa}$. Hur stora är egenvinkelfrekvenserna vid dragsvängning? Beräkningarna ska göras med exakt metod.



*även gkMT extra
4C1095



$$\uparrow N_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + N_2 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = -\sqrt{2} \sigma_2$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \epsilon_1 \sqrt{2} L = \epsilon_2 \frac{1}{\sqrt{2}} L$$

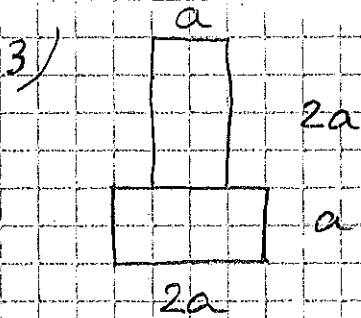
$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} + \alpha \Delta T \\ \epsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 2\sigma_1 + 2E\alpha\Delta T &= \sigma_2 \\ 2E\alpha\Delta T &= \sigma_2(1 + \sqrt{2} \cdot 2) \end{aligned}$$

$$\downarrow \delta = \delta_2 = \frac{L}{E} \frac{2E\alpha\Delta T}{(1 + 2\sqrt{2})} \Rightarrow \delta = \frac{2\alpha\Delta T L}{1 + 2\sqrt{2}} \quad \text{Nedåt}$$

$$\boxed{\delta = \frac{2\alpha\Delta T L}{1 + 2\sqrt{2}} \quad \text{Nedåt}}$$

$$2) \quad \sigma_z = \frac{-P}{\pi(b^2 - a^2)} \quad u_r(a) = a \epsilon_\varphi(a) = \frac{a}{E} (\sigma_\varphi - \nu(\sigma_r + \sigma_z))$$

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = 0 \Rightarrow \boxed{u_r(a) = \frac{\nu a P}{(b^2 - a^2)E} \quad \text{utåt} \quad u_r(b) = \frac{\nu b P}{(b^2 - a^2)E}}$$

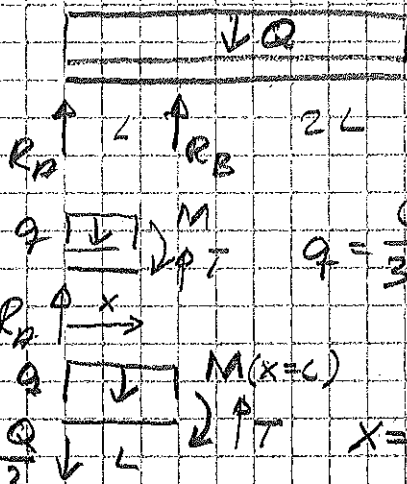


$$e = \frac{2a^2 \cdot \frac{a}{2} + 2a^2 \cdot 2a}{4a^2} = \frac{5}{4}a$$

$$I = \frac{2a^4}{12} + 2a^2 \left(\frac{5}{4}a - \frac{2}{4}a \right)^2 + \frac{a(2a)^3}{12} + 2a^2 \left(\frac{8}{4}a - \frac{5}{4}a \right)^2$$

$$I = \frac{10}{12}a^4 + 2 \cdot \frac{18}{16}a^4 = \frac{37}{12}a^4$$

$$|\epsilon|_{\max} = \max \left\{ \frac{5}{4}a, 3a - \frac{5}{4}a \right\} = \frac{7}{4}a, \quad W_b = \frac{I}{|\epsilon|_{\max}} = \frac{37}{21}a^3$$



$$R_B \cdot L - Q \cdot 3L \cdot \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3Q}{2}$$

$$R_A = -\frac{Q}{2}$$

$$\uparrow T - \frac{Q}{2} - \frac{Qx}{3L} = 0 \Rightarrow T = Q \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{3L} \right)$$

$T \neq 0$ för $0 < x < L \Rightarrow M_{\min/\max}$ saknas där

$$M - \frac{Q}{2}L - \frac{Q}{3L} \cdot L \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_b = \frac{2}{3}QL$$

$$|\sigma|_{\max} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{2QL \cdot 21}{3 \cdot 37a^3}$$

$$\boxed{|\sigma|_{\max} = \frac{14QL}{37a^3}}$$

4) $\epsilon_{45} = \epsilon_x \frac{1}{2} + \epsilon_y \frac{1}{2} + \gamma_{xy} \frac{1}{2} \Rightarrow \gamma_{xy} = 2 \left(\epsilon_2 - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{2} \right) = -74,4 \cdot 10^{-5}$

$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [\epsilon_x + \nu \epsilon_y] = 30,0 \text{ MPa}$ $\sigma_y = 90,0 \text{ MPa}$

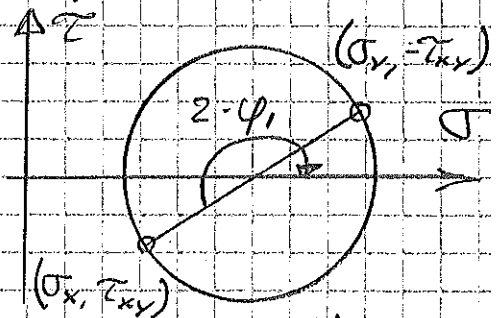
$\tau_{xy} = \frac{E \gamma_{xy}}{2(1+\nu)} = -20,0 \text{ MPa}$

$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$\sigma_1 = 96,1 \text{ MPa}$
 $\varphi_1 = 107^\circ$

$2\varphi = \arctan(2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)) = 33,7^\circ$

$\varphi_1 = 90 + \varphi$



5) $\sigma_u = \pm 200 \text{ MPa}$ $\sigma_{up} = 180 \pm 180 \text{ MPa}$

$\sigma_B = 640 \text{ MPa}$ $q = 0,83$

$\frac{D}{d} = 1,2$ $\left. \begin{array}{l} K_t = 2,05 \\ \frac{P}{d} = 0,12 \end{array} \right\} K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1,87, \frac{1}{K_r} = 0,92$

$\sigma_{u,red} = \frac{\sigma_u}{K_t K_r} = 98,4 \text{ MPa} = n_u \cdot \sigma_{a,tilk}$

$\sigma_{u,red} \geq 2 \cdot \frac{P_0}{\pi d^2} \Rightarrow P_{0,tilk} = 24,1 \text{ kN}$

6) styvhets- eller flexibilitetsformulering fungerar

ef gkMT Lösnings med styvhetsformulering:

$W = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow K = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} EA/L \Rightarrow k_{11} = 2EA/L$

$W = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow K = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, K_{21} = -EA/L, K_{12} = -EA/L$

$2\omega_{1,2}^2 = \frac{EA}{mL} \left(2 + 1 \pm \sqrt{(2-1)^2 + 4} \right) \Rightarrow \omega_{1,2} = \sqrt{\frac{EA}{mL}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}}$

med data:

$\omega_1 = 44,2 \text{ rad/s}$
 $\omega_2 = 115,8 \text{ rad/s}$