

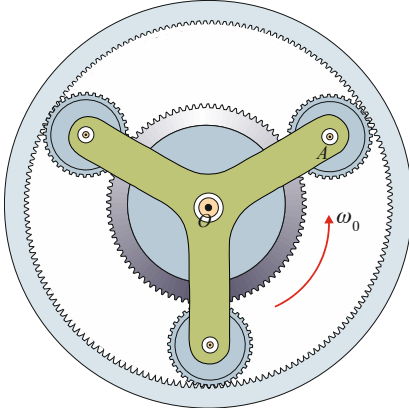
Tentamen i SG1113 Mekanik, fortsättningskurskurs

Obs! Inga hjälpmedel förutom skrivdon: papper, penna, linjaler, passare. Varje uppgift ger högst 6 poäng.

Problem (TEN B)

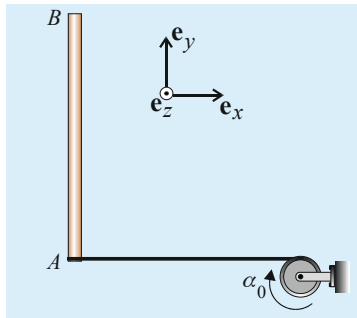
Lycka till!

1)



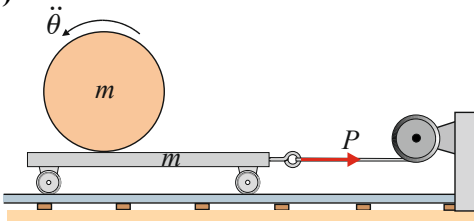
Betrakta anordningen i figuren som kallas för en planetväxel. Planetväxlar används bland annat i automatväxellådor. Planetväxeln består av ett centralt kugghjul (solhjul) med radien R som roterar med vinkelhastigheten ω_0 kring en fix axel genom hjulets centrum O , enligt figuren. Solhjulet är förenat med tre mindre planethjul vardera med radien r genom en symmetrisk trearmad planetbärare. Planethjulen rullar utan glidning på ytan av solhjulet och den fixa ytterrigen. Bestäm beloppet och riktningen för planetbärarens vinkelhastighet ω .

2)



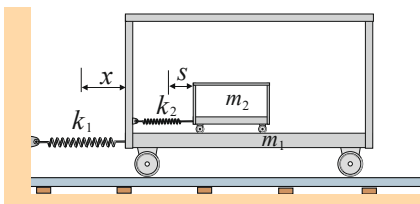
En träbalk AB med massan m och längden l flyttas med hjälp en vinsch. Balken är i vila från början och ligger på ett horisontellt glatt isigt underlag då man sätter på motorn som driver en vals med radien r . Motorn ger valsen, som ligger i samma horisontella plan som balken, en vinkelacceleration α_0 enligt figuren. Bestäm spännkraften S i vajern i begynnelseögonblicket då vajern är vinkelrät mot balken. Bestäm också accelerationen $\mathbf{a}_B$ av ändpunkten B , i samma ögonblick.

3)



En liten vagn med massan m kan rulla fritt längs den horisontella rälsen och påverkas av en konstant horisontell kraft P . En homogen cylinder med lika massa m rullar på vagnen utan att glida. Bestäm det mista värdet på friktionstalet μ mellan vagnen och cylindern som förhindrar glidning mellan cylindern och vagnen.

4)



Betrakta en vagn med massan m_1 som kan rulla fritt på ett horisontellt underlag. Vagnen är fäst i en vägg med hjälp av en lätt fjäder med fjäderkonstanten k_1 . En mindre vagn med massan m_2 kan rulla fritt inuti den större vagnen och är fäst vid större vagnens ram med hjälp av en lätt fjäder med fjäderkonstanten k_2 . Inför generaliserade koordinater x och s som avvikelser från det ospända läget för fjädrarna och uppställ rörelseekvationerna för detta system. Härled också ekvationen för vinkelfrekvenserna.

Teori (TEN A)

5) a. Rita nödvändiga tydliga figurer och härled med alla nödvändiga motiveringar sambandet för tidsderivatan $\dot{\mathbf{e}}_{x'}$ av en enhetsvektor av det rörliga koordinatsystemet. (2p)

b. Koordinatsystemet S' rör sig i förhållande till ett fixt system S . Utgå ifrån sambandet mellan en vektors absoluta och relativa tidsderivata och härled sambandet mellan en partikels hastighet relativt S och S' samt sambandet mellan dess acceleration relativt S och S' . (2p)

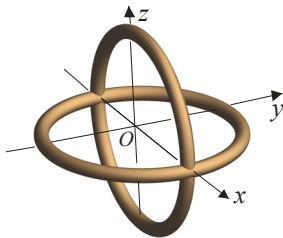
c. Definiera vad som menas med momentancentrum C och visa (med alla nödvändiga motiveringar) att det alltid existerar vid en stel kropps plana rörelse med $\boldsymbol{\omega} \neq \mathbf{0}$. (2p)

6) a. Visa att vinkelhastigheterna adderas som vektorer, dvs. att $\boldsymbol{\omega}_{2,0} = \boldsymbol{\omega}_{2,1} + \boldsymbol{\omega}_{1,0}$. Inför nödvändiga koordinatsystem och förklara innebörden av de olika vinkelhastigheterna i formeln. (2p)

b. Betrakta ett partikelsystem, definiera ett masscentrumsystem och visa med alla nödvändiga motiveringar att $\mathbf{H}_G = \mathbf{H}'_G$. (2p)

c. Härled (med alla nödvändiga motiveringar) parallellförflyttningssatsen för tröghetsprodukten I_{xy} . (2p)

7) a.



Betrakta två lika ringar vardera med massan m och radien r som är sammansvetsade enligt figuren, med den ena ringen i xy -planet och den andra i xz -planet och bestäm komponenterna av tröghetsmatrisen $\mathbf{I}_O$ med avseende på mittpunkten O .

(2p)

b. Betrakta en stel kropp som roterar kring en fix punkt O och härled uttrycket för kroppens rörelsemängdsmoment med avseende på den fixa punkten $\mathbf{H}_O$. (2p)

c. Betrakta en stel kropp som roterar kring en fix punkt, inför och beskriv ett i denna situation lämpligt koordinatsystem och härled med alla nödvändiga motiveringar Eulers dynamiska ekvationer. (2p)

8) a. Definiera vad som menas med variationen $\delta q(t)$ av en generaliserad koordinat $q(t)$. (2p)

b. Rita en figur och formulera Hamiltons variationsprincip. (2p)

c. Härled med alla nödvändiga motiveringar Lagranges ekvationer från Hamiltons variationsprincip. (2p)

