

SK1104 Klassisk fysik

Lösningförslag till tentamen

Torsdagen den 9 januari, 2025, 14:00-16:30

Del A - 1p per deluppgift

1. a) Utbredningsfarten hos en våg är

$$c = f \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{2,9979 \cdot 10^8}{103} \text{ m} = 2,91 \cdot 10^6 \text{ m}$$

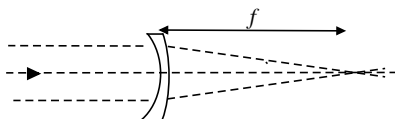
b) Från figuren ser vi att det är rimligt att anta att linsen är tunn. Enligt linsmakarformeln bes fokallavståndet då av ekvationen

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f = \frac{1}{(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

R_1 är krökningsradien hos den första ytan och R_2 är krökningsradien hos den andra yta. I båda fallen ligger centrum hos krökningsytorna på den infallande strålens sida, vilket betyder att båda krökningsradierna ska räknas med minus-tecken i linsmakarformeln. Detta betyder att

$$f = \frac{1}{(1,58 - 1,00) \left(\frac{1}{-57} - \frac{1}{-21} \right)} \text{ cm} = 57 \text{ cm}$$

Eftersom fokallavståndet är positivt bryts strålarna ihop bakom linsen.



c) Eftersom röret är öppet i båda ändar har vi en öppen pipa och för en öppen pipa är de olika resonansfrekvenserna

$$f_n = n f_1 \Rightarrow f_{n+1} - f_n = f_1$$

Skillnaderna i frekvens utgör således grundtonen för röret, vilken i detta fall blir $f_1 = (544 - 512) \text{ Hz} = 32 \text{ Hz}$. Grundtonen för en öppen pipa är

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow L = \frac{v}{2f} \Rightarrow L = \frac{335}{2 \cdot 32} \text{ m} = 5,2 \text{ m}$$

Del B - 4p per uppgift

2. Eftersom det infallande ljuset är opolariserat (det elektriska fältet svänger med samma sannolikhet i alla möjliga riktningar) kommer halva intensiteten att ligga längs med genomsläppsriktningen och den andra halvan av intensiteten kommer att ligga vinkelrätt mot genomsläppsriktningen. Intensiteten bakom L1 blir således

$$I_1 = \frac{1}{2}I_0$$

Malus lag på polarisatorn L2 ger att

$$I_2 = I_1 \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}I_1 = \frac{3}{8}I_0$$

Vinkelskillanden mellan genomsläppsriktningarna hos polarisatorerna L2 och L3 är $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$, varför Malus lag ger att

$$I_3 = I_2 \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}I_2 = \frac{9}{32}I_0$$

Vinkelskillanden mellan genomsläppsriktningarna hos polarisatorerna L3 och L4 är $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, varför Malus lag ger att

$$I_4 = I_3 \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}I_3 = \frac{27}{128}I_0 \approx 0,21I_0$$

Således kommer ungefär 21% av den infallande intensiteten att passera ut bakom den sista polarisatorn L4.

3. a) Eftersom $n_{luft} < n_{TiO_2} < n_{Si}$, blir det ett fasskift på π radianer vid vardera gränssytan. Villkoret för att maximera det ljus som passerar ett tunt skikt och samtidigt minimera reflektionerna är att en stråle som reflekteras från den första ytan ska vara i motfas med en stråle som reflekteras från den andra ytan, vilket motsvarar en vägskillnad på $\lambda_{TiO_2}/2$ inuti skiktet. Eftersom fasskiftet vid de båda gränssytorna är desamma och strålen går både fram och tillbaka i det tunna skiktet, bör skiktets tjocklek vara

$$d = \frac{\lambda_{TiO_2}}{4} = \frac{\lambda}{4n_{TiO_2}} \Rightarrow d = \frac{630}{4 \cdot 2,61} \text{ nm} = 60,3 \text{ nm}$$

b) Vid reflektion mot en ren kiselyta, är reflektansen

$$R = \frac{I_r}{I_0} = \left(\frac{n_{Si} - n_{luft}}{n_{Si} + n_{luft}} \right)^2 \Rightarrow R = \left(\frac{3,42 - 1,00}{3,42 + 1,00} \right)^2 = 0,300$$

varvid den andel av det infallande ljuset som transmittas in i kislet blir

$$T = \frac{I_t}{I_0} = \frac{I_0 - I_r}{I_0} = 1 - R \Rightarrow T = 1 - 0,300 = 0,700$$

Vid reflektion mot ett tunt skikt av TiO_2 , blir den andel av ljuset som transmittas in i titandioxiden på motsvarande sätt

$$R_1 = \left(\frac{2,61 - 1,00}{2,61 + 1,00} \right)^2 = 0,199 \Rightarrow T_1 = 1 - R_1 = 0,801$$

Vid gränsskiktet mellan titandioxid och kisel har vi sedan att

$$R_2 = \left(\frac{3,42 - 2,61}{3,42 + 2,61} \right)^2 = 0,018 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 1 - R_2 = 0,982$$

Den andel av ljuset som direkttransmitteras in i kiset blir i detta fallet

$$T_d = \frac{I_d}{I_0} = \frac{I_1}{I_0} \cdot \frac{I_d}{I_1} = T_1 T_2 \quad \Rightarrow \quad T_d = 0,801 \cdot 0,981 = 0,787$$

Multipelreflektion i det tunna skiktet, kommer att leda till att en något större andel av det totalt infallande ljuset kommer att reflekteras in i kiset. Om vi enbart tar hänsyn till den första dubbelreflekterade strålen gäller att andelen som bidrar till den indirekt transmitterade intensiteten

$$T_{id} = \frac{I_{id}}{I_0} = T_1 R_2 R_1 T_2 \quad \Rightarrow \quad T_{id} = 0,801 \cdot 0,018 \cdot 0,199 \cdot 0,982 = 0,0028$$

Interferens ger att den intensitet som når kiset blir ($\cos \theta = 1$ vid konstruktiv interferens)

$$I_{tot} = I_d + I_{id} + 2\sqrt{I_d I_{id}} \quad \Rightarrow \quad T_{tot} = 0,787 + 0,0028 + 2\sqrt{0,787 \cdot 0,0028} = 0,884$$

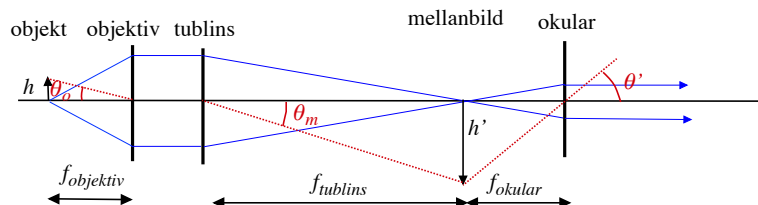
Detta ger en ökning på

$$100 \cdot \frac{0,884 - 0,700}{0,700} \% = 26\%$$

4. a) Enligt uppgiften ligger bilden av flugan i oändligheten bakom objektivet, vilket betyder att utgående strålar från objektivet är parallella med varandra. Detta betyder att $s'_1 = \infty$ och linsformeln ger att

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{f_1} \quad \Rightarrow \quad s_1 = f_1 = 5,0 \text{ mm}$$

Den del av flugan som vi vill titta på ska således befinna sig i fokus i objektivet's fokalplan. Strålar från fokalpunkten blir parallella med den optiska axeln. När dessa parallella strålar träffar tublinsen, kommer de att fokuseras i tublinsens fokalpunkt $f_2 = 150 \text{ mm}$ där vi får en mellanbild av flugan. Denna ligger mellan tublinsen och okularet i ett mikroskop. Vidare vill vi ha att utgående strålar bakom okularet är parallella för att inte anstränga ögat i onödan, varför avståndet mellan mellanbilden och okularet ska vara lika med okularet's fokallängd. Det totala avståndet mellan tublinsen och okularet blir således $150 + 40 \text{ mm} = 180 \text{ mm}$. Detta har ritats ut schematiskt via strålgången för de blå strålarna i den principiella figuren nedan (ej skalenlig).



b) Anta att den del av flugan som vi vill betrakta har storleken h samt att detta ger upphov till en mellanbild av storlek h' (se figur). Vi har då att synvinkeln med respektive utan mikroskop är (anta små vinklar, så att $\tan x \approx x$)

$$\theta' \approx \frac{-h'}{f_{okular}} \quad ; \quad \theta \approx \frac{h}{d_0} \quad \Rightarrow \quad M = -\frac{\theta'}{\theta} = \frac{d_0}{f_{okular}} \cdot \frac{h'}{h}$$

där $d_0 = 25$ cm är ögats närpunkt. Återstår att bestämma h'/h . Eftersom det är parallella strålar mellan objektivet och tublinsen (objektivet avbildar objektet i oändligheten), utgör objektivet det främre huvudplanet i linskombinationen objektiv-tublins. Av likartade skäl utgör tublinsen det bakre huvudplanet. Likformiga trianglar ger då att

$$\theta_0 = \theta_m \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{f_{objektiv}} = \frac{h'}{f_{tublins}} \quad \Rightarrow \quad \frac{h'}{h} = \frac{f_{tublins}}{f_{objektiv}}$$

Vinkelförstoringen blir slutligen

$$M = \frac{d_0}{f_{okular}} \cdot \frac{f_{tublins}}{f_{objektiv}} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{250 \cdot 150}{30 \cdot 5} = 250$$

Anmärkning: En alternativt sätt att beräkna förstoringen i kombinationen av objektiv och tublins är att anta att flugan befinner sig lite ur fokus med ett avstånd $\delta \ll f_1$ så att $s_1 = f_1 + \delta$. Då kan vi använda de vanliga formlerna för förstoring genom linser. För objektivet har vi då att

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} \quad \Rightarrow \quad s'_1 = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_1 + \delta}} = \frac{f_1(f_1 + \delta)}{\delta}$$

Eftersom δ är mycket litet, gäller att s'_1 är ett mycket stort tal och således är $s'_1 \gg d = 20$ mm som är avståndet mellan objektivet och tublinsen samt $s'_1 \gg f_2$. För tublinsen har vi då att

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} \quad \Rightarrow \quad s'_2 = \frac{1}{\frac{1}{f_2} - \frac{1}{d - s'_1}} \approx \frac{1}{\frac{1}{f_2} + \frac{1}{s'_1}} \approx f_2$$

Den totala förstoringen genom båda linserna blir

$$m_{tot} = m_1 \cdot m_2 = \left(-\frac{s'_1}{s_1}\right) \cdot \left(-\frac{s'_2}{s_2}\right) \approx \frac{s'_1}{f_1} \cdot \frac{f_2}{s'_1} = \frac{f_2}{f_1}$$