

Tentamen i Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder (SE1055), 26 augusti, 2022

Resultat finns på Mina Sidor senast den 16 september, 2022.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Peter Gudmundson, 076 213 2254

OBS! Skriv endast på en sida av bladen.

Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

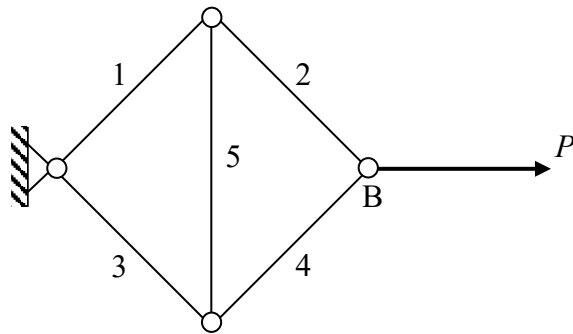
Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

Exakt metod ska användas för lösning om inte annat anges i uppgiften

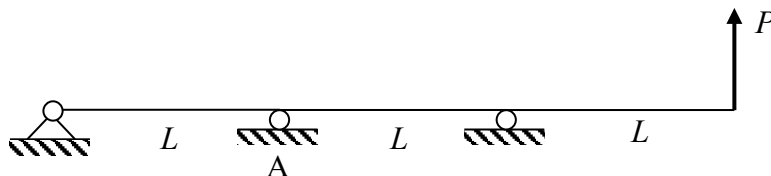
Betygsgränser: F: 0 - 11; FX: 12 - 13; E: 14 - 17; D: 18 - 21; C: 22 - 24; B: 25 - 28;

A: 29 - 40. FX = möjlig komplettering till E. Maximum 4 bonuspoäng.

1. Fem stänger med styvheten EA är belastade med en horisontell kraft P i punkten B enligt figur. De fyra stängerna 1-4 bildar en kvadrat och de har längden L . Beräkna den horisontella förskjutningen av punkten B. (6p)



2. En balk med böjstyvheten EI och längden $3L$ är fritt upplagd vid tre stöd enligt figur. Balken belastas med en kraft P i högra änden. Beräkna momentet vid stödet A. (6p)

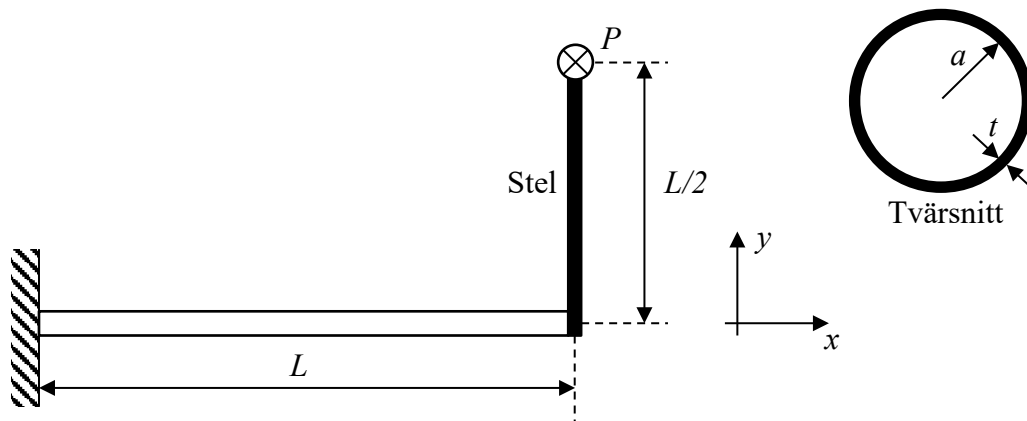


3. På ytan av en tunn plåt i x, y -planet ritas en cirkel med radien a i obelastat tillstånd. Plåten belastas sedan vilket resulterar i töjningarna $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ (kända). Beräkna omkretsen efter deformation av den ursprungliga cirkeln med radien a .

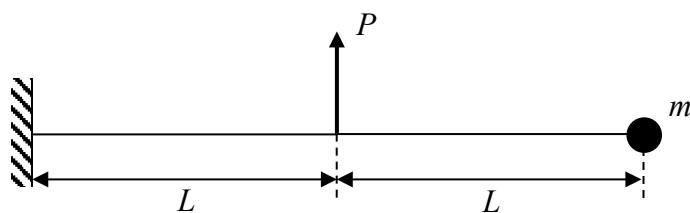
Ledning: Längdförändringen av varje infinitesimalt linjeelement för den ursprungliga cirkeln ges av ε_φ , där φ är riktningen i omkretsled.

4. I en konstruktion finns en valsad, tunn plåt med ett litet cirkulärt hål med radien 1,0 mm. Hålet har bearbetats till ytfinheten $R_a = 20\mu\text{m}$. Plåten belastas med en växlande dragspänning. Av erfarenhet vet man att plåten håller för denna utmattningsbelastning. Man vill av olika skäl öka radien på hålet till 5,0 mm. Genom att bearbeta ytan på hålet till en högre ytfinhet på $R_a = 5\mu\text{m}$ hoppas man att utmattningsbrott kan undvikas. Analysera om antagandet är korrekt. En motivering krävs. Hålet kan fortfarande betraktas som litet i förhållande till andra dimensioner av plåten. Materialet är stål med brottgränsen $R_m = 700\text{ MPa}$. (6p)

5. Ett tunnväggigt rör med längden $L = 4\text{ dm}$, tvärsnittsradien $a = 2\text{ cm}$ och väggjockleken $t = 1\text{ mm}$ är belastad med en kraft P i negativ z -led enligt figur. Beräkna den maximala kraften P för att plastisk deformation ska undvikas. Sträckgränsen är 400 MPa och det antas att von Mises kriterium gäller. (6p)

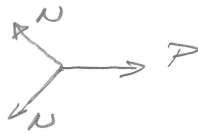


6. En balk med längden $2L$ och böjstyvheten EI är belastad med en kraft $P = P_0 \sin \omega t$, där ω beteckningar vinkelfrekvens och t tiden, se figur. Balken kan betraktas som masslös och i den högra änden sitter en koncentrerad massa m . Beräkna massans rörelse som funktion av tiden. Det antages att initiala transienter har dämpats ut.



Lösung zur Tentamen 2022-08-26

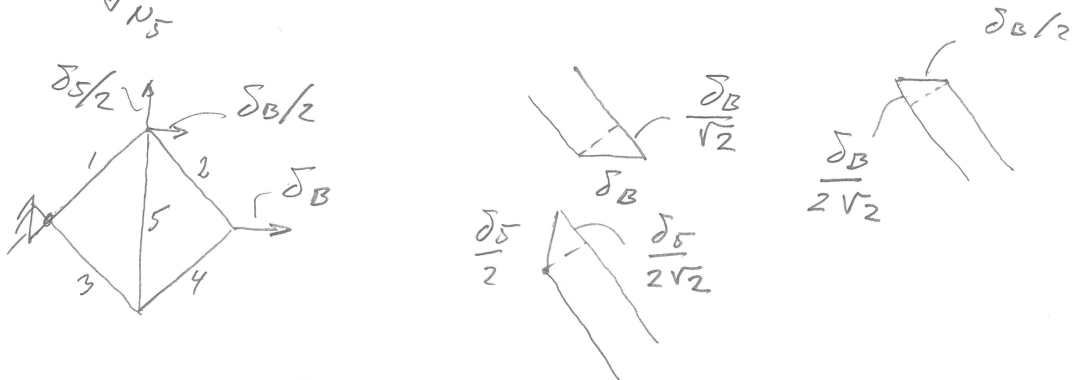
1. Symmetrie $\Rightarrow N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N$



$$\rightarrow: P - 2 \frac{1}{\sqrt{2}} N = 0 ; N = \frac{P}{\sqrt{2}}$$



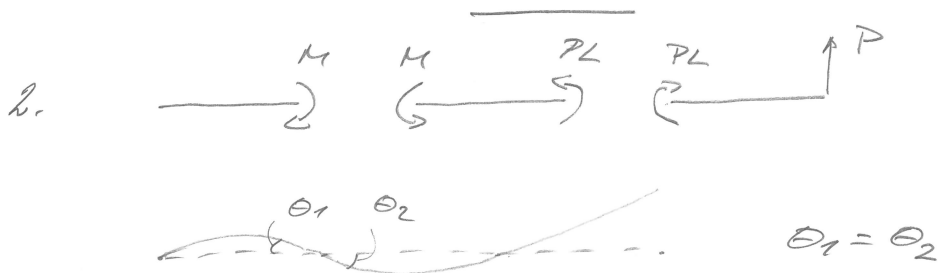
$$\downarrow: N_5 + 2 \frac{1}{\sqrt{2}} N = 0 ; N_5 = -P$$



$$\Rightarrow \delta_2 = \frac{\delta_B}{\sqrt{2}} - \frac{\delta_B}{2\sqrt{2}} + \frac{\delta_5}{2\sqrt{2}} ; \delta_2 = \frac{NL}{EA} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{PL}{EA}$$

$$\delta_5 = \frac{N_5 \sqrt{2} L}{EI} = -\sqrt{2} \frac{PL}{EA}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta_B}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{PL}{EA} + \frac{1}{2} \frac{PL}{EA} ; \delta_B = \frac{PL}{EA} (2 + \sqrt{2})$$

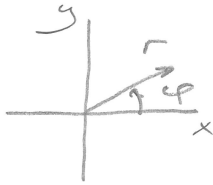


FS Tab 34.2, 5:

$$\theta_1 = \frac{ML}{3EI} ; \theta_2 = -\frac{ML}{3EI} + \frac{PL^2}{6EI}$$

$$\Rightarrow M = \frac{PL}{4}$$

3.



FS 2.21

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \varepsilon_y \sin^2 \varphi + \gamma_{xy} \sin \varphi \cos \varphi$$

$$dS_0 = a d\varphi ; dS = a(1 + \varepsilon_\varphi) d\varphi$$

$$\Rightarrow S = \int_0^{2\pi} a(1 + \varepsilon_\varphi) d\varphi$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = \pi ; \int_0^{2\pi} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = 0$$

$$\Rightarrow S = 2\pi a \left(1 + \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}\right)$$

4.

Reduktionsfaktor R: $R = \frac{\lambda}{K_r K_d K_f}$

Här gäller: $\lambda = K_d = 1$ (FS 5.295)

$K_f = 1 + \gamma(K_t - 1) ; K_t = 3$ (FS Tab 32.3, 2 alt. 32.8)

$r = 1 \text{ mm}$

$\gamma \approx 0.76$ (FS Fig. 25.9)

$\frac{1}{K_r} \approx 0.70$

$\Rightarrow R_1 = \frac{0.70}{1 + 0.76 \cdot 2} = 0.28$

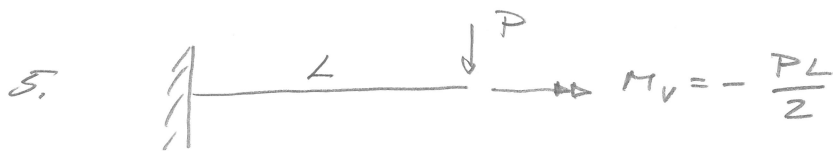
$r = 5 \text{ mm}$

$\gamma \approx 0.88$

$\frac{1}{K_r} \approx 0.84$

$R_5 = \frac{0.84}{1 + 0.88 \cdot 2} = 0.30$

$R_5 > R_1 \Rightarrow \text{Det håller}$



$$\sigma_{\max} = \frac{|M|_{\max}}{W_b} \quad (\text{FS 6.8}) ; |M|_{\max} = PL$$

$$W_b = \pi a^2 t \quad (\text{FS T9.6.30.1})$$

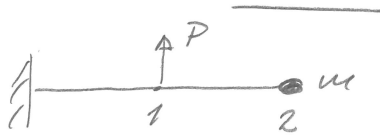
$$\tau_{\max} = \frac{|M_V|}{W_V} \quad (\text{FS 6.76}) ; |M_V| = \frac{PL}{2}$$

$$W_V = 2\pi a^2 t$$

$$\sigma_e^2 = \sigma^2 + 3\tau^2 = \left(\frac{PL}{\pi a^2 t}\right)^2 \frac{19}{16} ; \sigma_e = 0.347 \frac{PL}{a^2 t}$$

$$\sigma_e \leq 400 \text{ MPa} \Rightarrow \underline{P \leq 1.15 \text{ kN}}$$

6.



FS 11.26

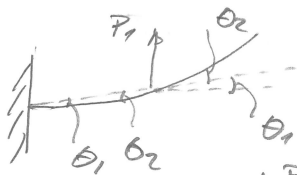
$$\underset{\sim}{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\ddot{u}} + \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{P} ; \underset{\sim}{\alpha} = \underset{\sim}{K}^{-1} \\ \underset{\sim}{P} = \underset{\sim}{P}_0 \sin(\omega t) \\ \underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{q} \sin(\omega t) \end{cases}$$

$$\underset{\sim}{P}_0 = \begin{pmatrix} P_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \left(\underset{\sim}{I} - \omega^2 \underset{\sim}{\alpha} \underset{\sim}{M} \right) \underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{\alpha} \underset{\sim}{P}_0 \quad (*)$$

Berechnung von $\underset{\sim}{\alpha}$



FS T9.6.31.1, 1

$$w_1 = \frac{P_1 L^3}{3EI} \Rightarrow \alpha_{11} = \frac{L^3}{3EI}$$

FS T9.6.31.2, 5

$$\theta_1 = \frac{P_1 L^2}{3EI} ; \theta_2 = \frac{P_2 L^2}{6EI}$$

$$w_2 = w_1 + L(\theta_1 + \theta_2) = \frac{5}{6} \frac{P L^3}{EI}$$

$$\alpha_{21} = \frac{5}{6} \frac{L^3}{EI} = \alpha_{12}$$

$$w_2 = \frac{8}{3} \frac{P_2 L^3}{EI}$$

$$\alpha_{22} = \frac{8}{3} \frac{L^3}{EI}$$

$$\Rightarrow \underset{\sim}{\alpha} = \frac{L^3}{EI} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{5}{6} \\ \frac{5}{6} & \frac{8}{3} \end{pmatrix} ; (*) \Rightarrow \alpha_2 - \omega^2 \frac{8}{3} \frac{m L^3}{EI} \alpha_2 = \frac{5}{6} \frac{L^3}{EI} P_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = \frac{5}{16} \frac{P_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} ; \omega_0^2 = \frac{3}{8} \frac{EI}{m L^3} \\ w_2 = \alpha_2 \sin(\omega t) \end{cases}$$