

Tentamen i Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder (SE1055), 25 augusti, 2023

Resultat finns på Mina Sidor senast den 22 september, 2023.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Peter Gudmundson, 076 213 2254

OBS! Skriv endast på en sida av bladen.

Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

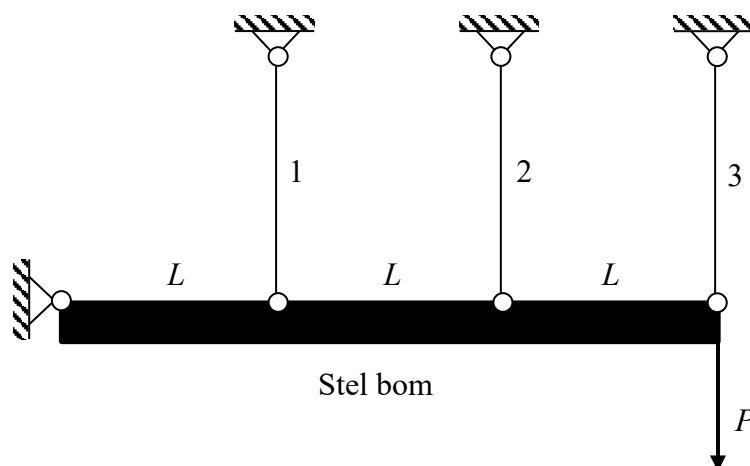
Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

Exakt metod ska användas för lösning om inte annat anges i uppgiften

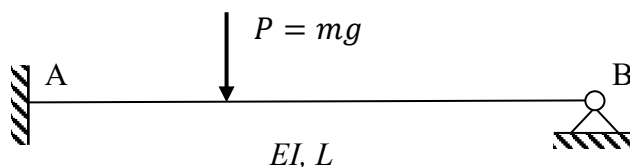
Betygsgränser: F: 0 - 11; FX: 12 - 13; E: 14 - 17; D: 18 - 21; C: 22 - 24; B: 25 - 28;

A: 29 - 40. FX = möjlig komplettering till E. Maximum 4 bonuspoäng.

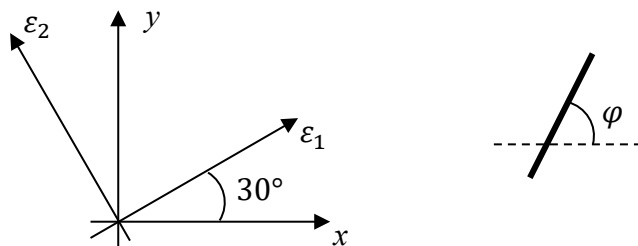
1. En stel bom med längden $3L$ är ledat upphängd i tre identiska stänger (1, 2, 3) och belastad med en yttre kraft P , se figur. Stängerna är tillverkade av ett elastiskt-idealplastiskt material. Vid kraften $P = P_0$ initieras plastisk deformation i den yttre stängen (3). Vid vilken kraft P kommer plastisk deformation att initieras i den mittre stängen (2)? (6p)



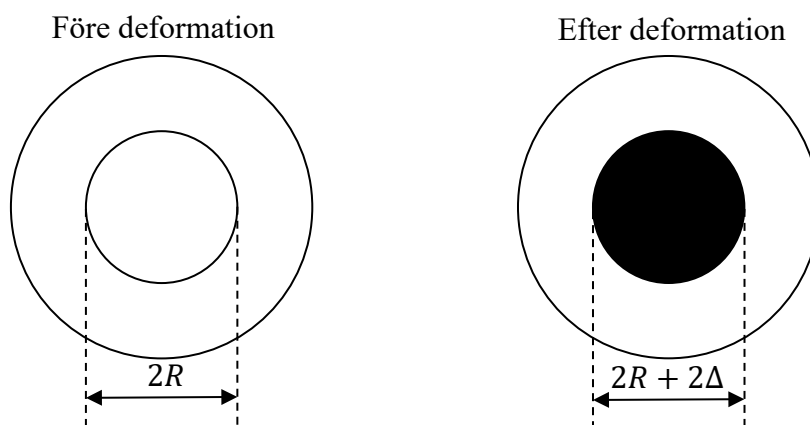
2. En provisorisk bro över en bäck modelleras som en balk med böjstyvheten EI och längden L . Balken är fast inspänd i den vänstra änden (A) och fritt upplagd i den högra (B). Den kritiska parametern för brott är böjmomentet i den fasta inspänningen (A). Detta böjmoment får inte överstiga M_b . En person med massan m ska gå över bron. Beräkna den maximala massan för att bron inte ska brista. (6p)



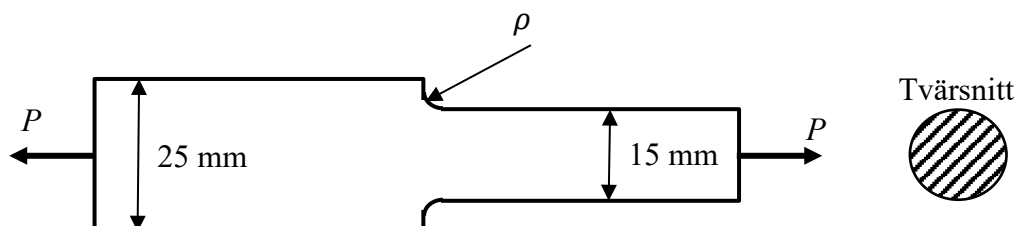
3. I en belastad tunn plåt i x, y -planet kan deformationerna beskrivas av huvudtöjningarna $\varepsilon_1 = 0,002$ och $\varepsilon_2 = -0,001$. Riktningarna för ε_1 och ε_2 visas i figuren nedan. Om ett streck ritas på plåten före deformation kommer i allmänhet längden av strecket att förändras efter deformation. Finns det riktningar φ för vilka längden av ett streck inte förändras? Beräkna för vilka φ som detta gäller.



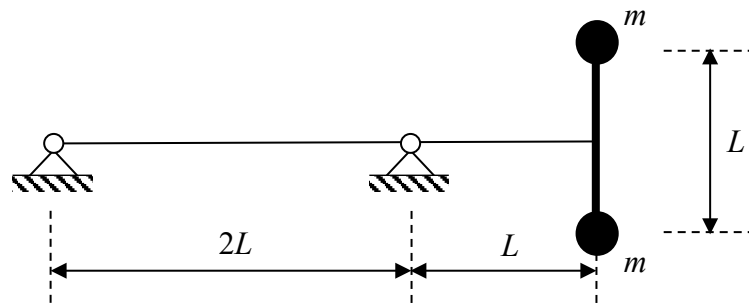
4. En tunn ringformad plåt med innerradien R och ytterradien $2R$ tvingas på en cirkulär stång med radien $R + \Delta$, se figur. (Detta kan göras genom att först värma upp plåten, placera stängen och därefter kyla av). Stången approximeras som stel och plåten beskrivs av E-modulen E och Poissons tal ν . Beräkna den maximala dragspänningen i plåten. (6p)



5. En homogen stång med cirkulärt tvärsnitt belastas med en växlande dragkraft P . Stången har en övergång från en diameter på 15 mm till en diameter på 25 mm. Övergången karaktäriseras av en radie $\rho = 1$ mm, se figur. Erfarenhet har visat att utmattningsbrott undviks vid en nominell amplitudspänning på 100 MPa. Däremot fås utmattningsbrott för den nominella amplitudspänningen 150 MPa. (Nominell spänning definieras som kraft dividerat med den minsta tvärsnittsarean). Man önskar förbättra konstruktionen så att utmattningsbrott också kan undvikas för amplitudspänningen 150 MPa. Ett förslag är att öka radien ρ till 3 mm. Undersök om detta är en lösning på problemet. Ditt svar måste motiveras. Materialet i stängen är smitt och har brottgränsen 700 MPa. Det antages att anvisningen (ρ) är bearbetad och har samma ytfinitet för båda radierna. (6p)

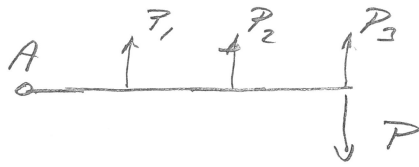


6. På en masslös balk med böjstyvheten EI och längden $3L$ sitter i högra änden en stel masslös stång med två punktmassor m , se figur. Beräkna den lägsta egenvinkelfrekvensen för strukturen. (6p)

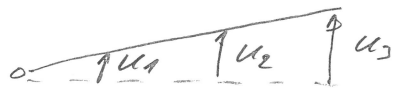


Lösningar tentamen 2023-08-25

1.



$$\overset{\curvearrowright}{A}: 3P_L = P_1L + 2P_2L + 3P_3L \quad (1)$$



$$u_1 = \frac{1}{3}u_3 ; u_2 = \frac{2}{3}u_3 \quad (2)$$

Linjärt elastiskt: $P_1 = \frac{EA}{L}u_1; P_2 = \frac{EA}{L}u_2; P_3 = \frac{EA}{L}u_3$ (3)

$$\underline{P = P_0} \Rightarrow P_0 = P_3 ; (2,3) \Rightarrow P_2 = \frac{2}{3}P_3 ; P_1 = \frac{1}{3}P_3$$

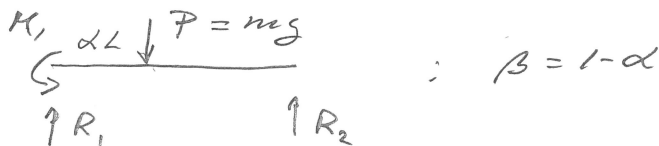
$$(1) \Rightarrow 3P_0L = \left(\frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} + 3\right)P_3L \Rightarrow P_3 = \frac{9}{14}P_0 \quad (4)$$

$$P_2 = P_0 = P_3 ; (2,3) \Rightarrow P_1 = \frac{1}{2}P_3$$

$$(1) \Rightarrow 3PL = \left(\frac{1}{2} + 2 + 3\right)P_3L = \left\{ (4) \right\} = \frac{11}{2} \cdot \frac{9}{14}P_0$$

$$\Rightarrow \underline{P = \frac{33}{28}P_0}$$

2.



FS Tab 31.3, Fall 3 $\Rightarrow M_1 = \frac{PL}{2}\alpha(1-\alpha)(2-\alpha) =$
 $= \frac{PL}{2}(2\alpha - 3\alpha^2 + \alpha^3)$

Seh max M_1 ; $\frac{dM_1}{d\alpha} = \frac{PL}{2}(2 - 6\alpha + 3\alpha^2) = 0$

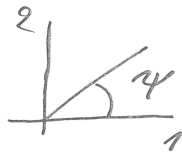
$$\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + \frac{2}{3} = 0 ; \alpha = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2}{3}} \right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,423$$

$$\Rightarrow M_{1,max} = \frac{PL}{2} 0,423 \cdot 0,577 \cdot 1,577 = 0,192 PL$$

$$M_{1,max} < M_b \Rightarrow 0,192 mgL < M_b$$

$$\Rightarrow \underline{m < 5,21 \frac{M_b}{gL}}$$

3.



$$FS \ 2.21 \Rightarrow \varepsilon_\psi = \varepsilon_1 \cos^2 \psi + \varepsilon_2 \sin^2 \psi = 0$$

$$\Rightarrow \tan(\psi) = \pm \sqrt{2}$$

$$\psi = \pm 54,7^\circ$$

$$\Rightarrow \underline{\varphi_1 = 30 + 54,7 = 84,7^\circ} ; \underline{\varphi_2 = 30 - 54,7 = -24,7^\circ}$$

4.

$$FS \ 7.24 \Rightarrow \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} ; \sigma_\varphi = A + \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_r(2R) = 0 \Rightarrow B = 4R^2 A \quad (1)$$

$$FS \ 7.25 \Rightarrow u_r(R) = \frac{R}{E} (\sigma_\varphi - \nu \sigma_r) = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{R}{E} \left(A + \frac{B}{R^2} - \nu A + \nu \frac{B}{R^2} \right) = \Delta$$

$$(1) \Rightarrow \frac{R}{E} (5A + 3\nu A) = \Delta \Rightarrow A = E \frac{\Delta}{R} \frac{1}{5+3\nu}$$

$$\sigma_r \leq 0 ; \underline{\sigma_{\varphi, \max} = A + \frac{B}{R^2} = E \frac{\Delta}{R} \frac{5}{5+3\nu}}$$

5.

$$Villhor : \sigma_{nom} < \sigma_{red} = \frac{\sigma_a}{K_f K_g} \quad (FS \ 25.3.2.2)$$

$$\underline{\beta=1} : K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

$$FS \ T96 \ 32.4 ; \frac{S}{I} = \frac{1}{15} \approx 0,067$$

$$\frac{D}{I} = 1,67 \Rightarrow K_t \approx 2,15$$

$$FS \ Fig. \ 25.9 \Rightarrow q \approx 0,76$$

$$\Rightarrow K_f = 1 + 0,76(2,15 - 1) \approx 1,87$$

$$\sigma_{nom} = 100 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow 100 < \frac{\sigma_a}{K_f} \frac{1}{1,87} ; \frac{\sigma_a}{K_f} > 187 \text{ MPa}$$

(1)

$$\underline{S=3}$$

$$\frac{S}{J} = 0,2 ; \frac{D}{J} = 1,67$$

$$PS \text{ Tab 32.4} \Rightarrow K_L \approx 1,55$$

$$PS \text{ Fig. 25.9} \Rightarrow \gamma \approx 0,84$$

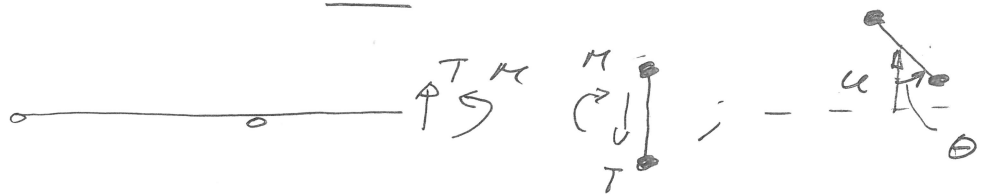
$$\Rightarrow K_f = 1 + 0,84(1,55 - 1) \approx 1,46$$

$$(1) \quad \sigma_{red} = \frac{\sigma_g}{K_f K_r} = \frac{1}{1,46} \frac{\sigma_g}{K_r} > \frac{187}{1,46} \approx 130 \text{ MPa}$$

$\Rightarrow$ Juke säker för utmärkning.

σ_{red} kan vara mindre än 150 MPa

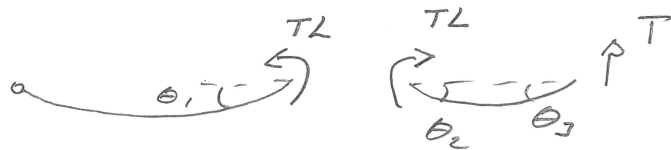
6.



$$\begin{cases} 2m \ddot{u} = -T \\ 2m \frac{L^2}{4} \ddot{\theta} = -M \end{cases} ; \underbrace{\begin{pmatrix} 2m & 0 \\ 0 & \frac{mL^2}{2} \end{pmatrix}}_{\tilde{M}} \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}}_{\ddot{X}} + \underbrace{K}_{\begin{pmatrix} T \\ M \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} u \\ \theta \end{pmatrix}}_{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = K^{-1} \text{ Flexibilitätsmatris}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ \theta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} T \\ M \end{pmatrix}$$



$$PS \text{ Tab 31.2,5} \Rightarrow \theta_1 = \frac{2TL^2}{3EI} ; \theta_2 = \frac{TL^2}{3EI} ; \theta_3 = \frac{TL^2}{6EI}$$

$$u = L(\theta_1 + \theta_2) = \frac{7L^3}{6EI} ; \theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{7}{6} \frac{TL^2}{EI}$$



$$FS \quad T46 \quad 31.2.5 \Rightarrow \theta_1 = \frac{2ML}{3EI}; \quad \theta_2 = \theta_3 = \frac{ML}{2EI}$$

$$U = L(\theta_1 + \theta_2) = \frac{7}{6} \frac{ML^2}{EI}; \quad \theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{5}{3} \frac{ML}{EI}$$

$$\alpha_{11} = \frac{L^3}{EI}; \quad \alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{7}{6} \frac{L^2}{EI}; \quad \alpha_{22} = \frac{5}{3} \frac{L}{EI}$$

$$FS \quad 11.22 \Rightarrow \frac{2}{\omega_1^2} = \alpha_{11} m_1 + \alpha_{22} m_2 + \left[(\alpha_{11} m_1 - \alpha_{22} m_2)^2 + 4\alpha_{12} \alpha_{21} m_1 m_2 \right]^{1/2}$$

$$= \frac{mL^3}{EI} \left\{ 2 + \frac{5}{6} + \left[\left(\frac{7}{6} \right)^2 + 4 \left(\frac{7}{6} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} = 5.44 \frac{mL^3}{EI}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.61 \sqrt{\frac{EI}{mL^3}}$$
